

## Driehoek in cirkel

### 15 maximumscore 5

- In driehoek  $OAM$  geldt:  $\tan(\alpha) = \frac{1}{OA}$  en  $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$  1

- Hieruit volgt  $OA = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$  1

- $x_A = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \cdot \cos(\alpha)$  1

- Beschrijven hoe de vergelijking  $\frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \cdot \cos(\alpha) = \frac{1}{2}$  kan worden opgelost 1

- De gevraagde waarde van  $\alpha$  is  $51^\circ$  1

of

- In driehoek  $OAM$  geldt:  $\sin(\alpha) = \frac{1}{OM}$  ofwel  $OM = \frac{1}{\sin(\alpha)}$  1

- Met  $A'$  de loodrechte projectie van  $A$  op de  $x$ -as geldt:  $MA' = \sin(\alpha)$  1

- $x_A = \frac{1}{\sin(\alpha)} - \sin(\alpha)$  1

- Beschrijven hoe de vergelijking  $\frac{1}{\sin(\alpha)} - \sin(\alpha) = \frac{1}{2}$  kan worden opgelost 1

- De gevraagde waarde van  $\alpha$  is  $51^\circ$  1

of

- Met  $A'$  de loodrechte projectie van  $A$  op de  $x$ -as geldt:  $\tan(\alpha) = \frac{AA'}{OA'}$  1

- In driehoek  $OAA'$  is  $AA' = \frac{1}{2} \tan(\alpha)$  1

- In driehoek  $MAA'$  is  $AA' = \cos(\alpha)$  1

- Beschrijven hoe de vergelijking  $\frac{1}{2} \tan(\alpha) = \cos(\alpha)$  kan worden opgelost 1

- De gevraagde waarde van  $\alpha$  is  $51^\circ$  1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Voor lijn <math>k</math> geldt: <math>y = ax</math> dus voor punt <math>A</math> geldt: <math>(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Uit <math>rc_k = a</math> volgt dat <math>rc_{AM} = -\frac{1}{a}</math> en een vergelijking van de lijn door <math>A</math> en <math>M</math> is <math>y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2a}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Het snijpunt van deze lijn met de <math>x</math>-as is <math>M(\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}, 0)</math> en dan volgt (met behulp van de stelling van Pythagoras) <math>(\frac{1}{2}a^2)^2 + (\frac{1}{2}a)^2 = 1</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Beschrijven hoe hieruit de waarde <math>a = 1,24\dots</math> gevonden kan worden</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>De gevraagde waarde van <math>\alpha</math> is <math>51^\circ</math></li> </ul>	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Er geldt: <math>\tan(\alpha) = \frac{y_A}{x_A} = \frac{y_A}{\frac{1}{2}} (= 2y_A)</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\sin(\angle AMO) = \sin(90^\circ - \alpha) = \frac{y_A}{1} (= y_A)</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dus <math>\tan(\alpha) = 2 \cdot \sin(90^\circ - \alpha)</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Beschrijven hoe de vergelijking <math>\tan(\alpha) = 2 \cdot \sin(90^\circ - \alpha)</math> kan worden opgelost</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>De gevraagde waarde van <math>\alpha</math> is <math>51^\circ</math></li> </ul>	1
<b>16</b>	<b>maximumscore 5</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\angle BMA = (180^\circ - (90^\circ - \alpha)) = \alpha + 90^\circ</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\angle BMC = (\frac{1}{2} \angle BMA) = \frac{1}{2} \alpha + 45^\circ</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Als <math>\alpha</math> naar 0 nadert, nadert <math>\angle BMC</math> naar <math>45^\circ</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Met <math>C'</math> de loodrechte projectie van <math>C</math> op de <math>x</math>-as geldt: <math>CC' = \sin(\angle BMC)</math>. Dus (omdat <math>BM = 1</math>) de oppervlakte van driehoek <math>MBC</math> is <math>\frac{1}{2} \sin(45^\circ)</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Als <math>\alpha</math> naar 0 nadert, nadert de oppervlakte naar <math>\frac{1}{4} \sqrt{2}</math> (en dus is de gevraagde grenswaarde <math>\frac{1}{4} \sqrt{2}</math>)</li> </ul>	1